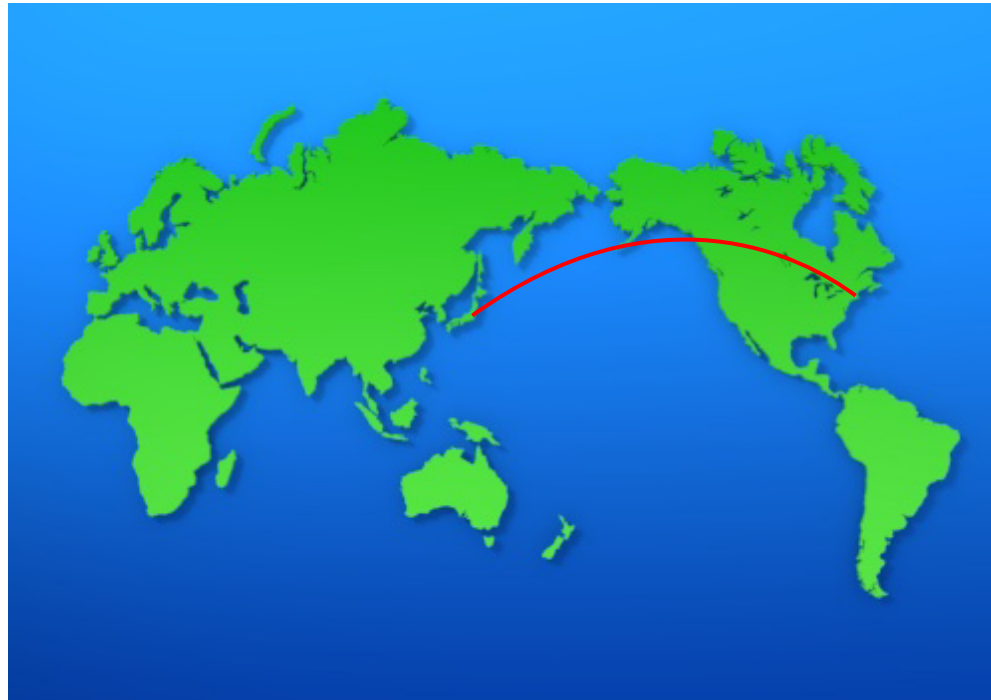


# 紹介 大学院：幾何学特論

曲面と歪む空間の話（+ 相対性理論）

数学：山田裕一

世界地図を思い浮かべて下さい。



東京からニューヨークへの飛行機の航路をその地図上に表すと直線にはなりません。上に凸の曲線になります。

地球（球面）の上でまっすぐなはずの線が、地図（平面）上ではまっすぐに表わされません。

**問題** それはなぜでしょうか？

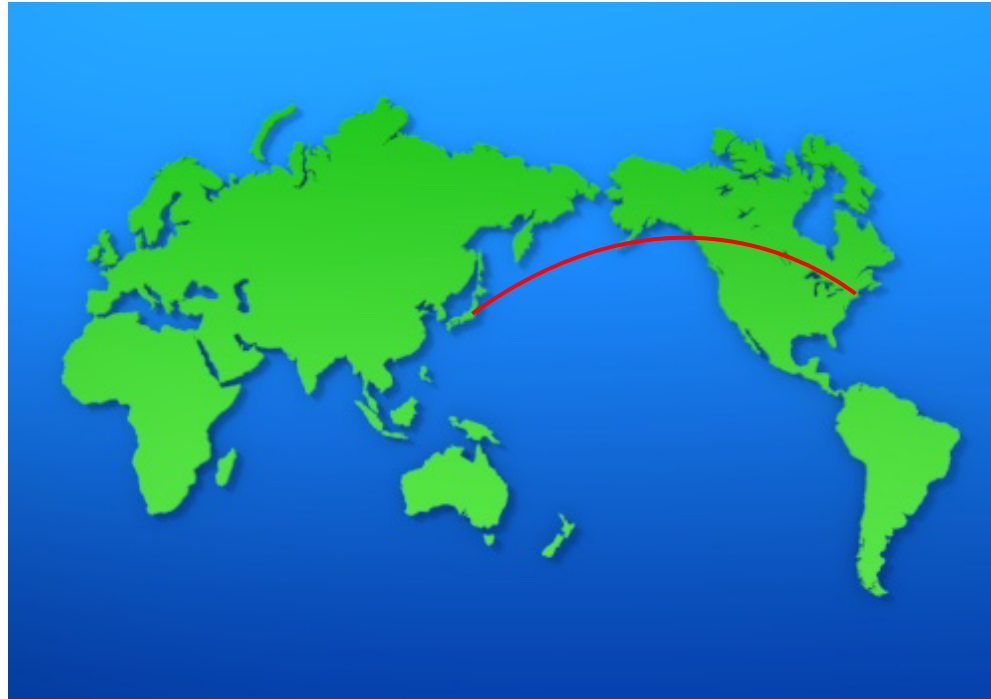
答：地球は丸いから、それはそうですね。では

- なぜ地球が丸いと曲線になるのでしょうか。
- なぜ下にでなく上に凸なのでしょうか。
- その曲線は正確（理想的）にはどういう曲線でしょう。
- 実際、地図（平面）の曲線からどんな計算をすれば実物の長さを計算できるのでしょうか？

曲面上の計算をどのように扱えば良いか、先人の作ってきた理論とアイデアを紹介します。

### ヒント

曲面を、単に点の集まりとして考えるのではなく 計量 というものを合わせて考えることが解決の1つとなります。



計量 : 内積場 「各点で内積の計算法が異なる」

接続 : 1 次微分形式 を成分にもつ行列場

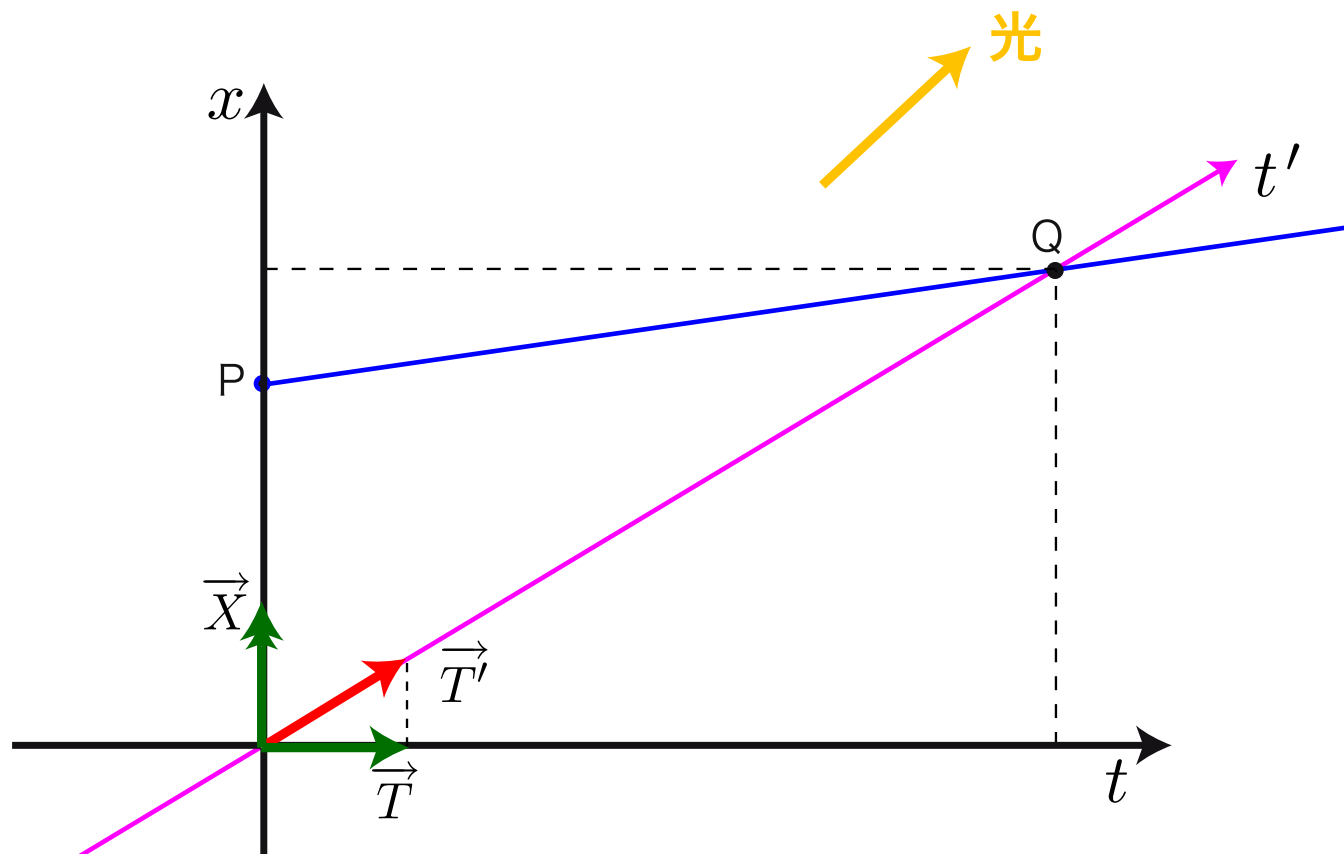
$$\begin{bmatrix} y dx & dy \\ x dy + y dy & 2x dy \end{bmatrix}$$

これで 何ができるか？  
考えてみてほしい。

# 相対性理論から

空間も歪む

# アキレスと亀の話：どちらも光速に近い場合

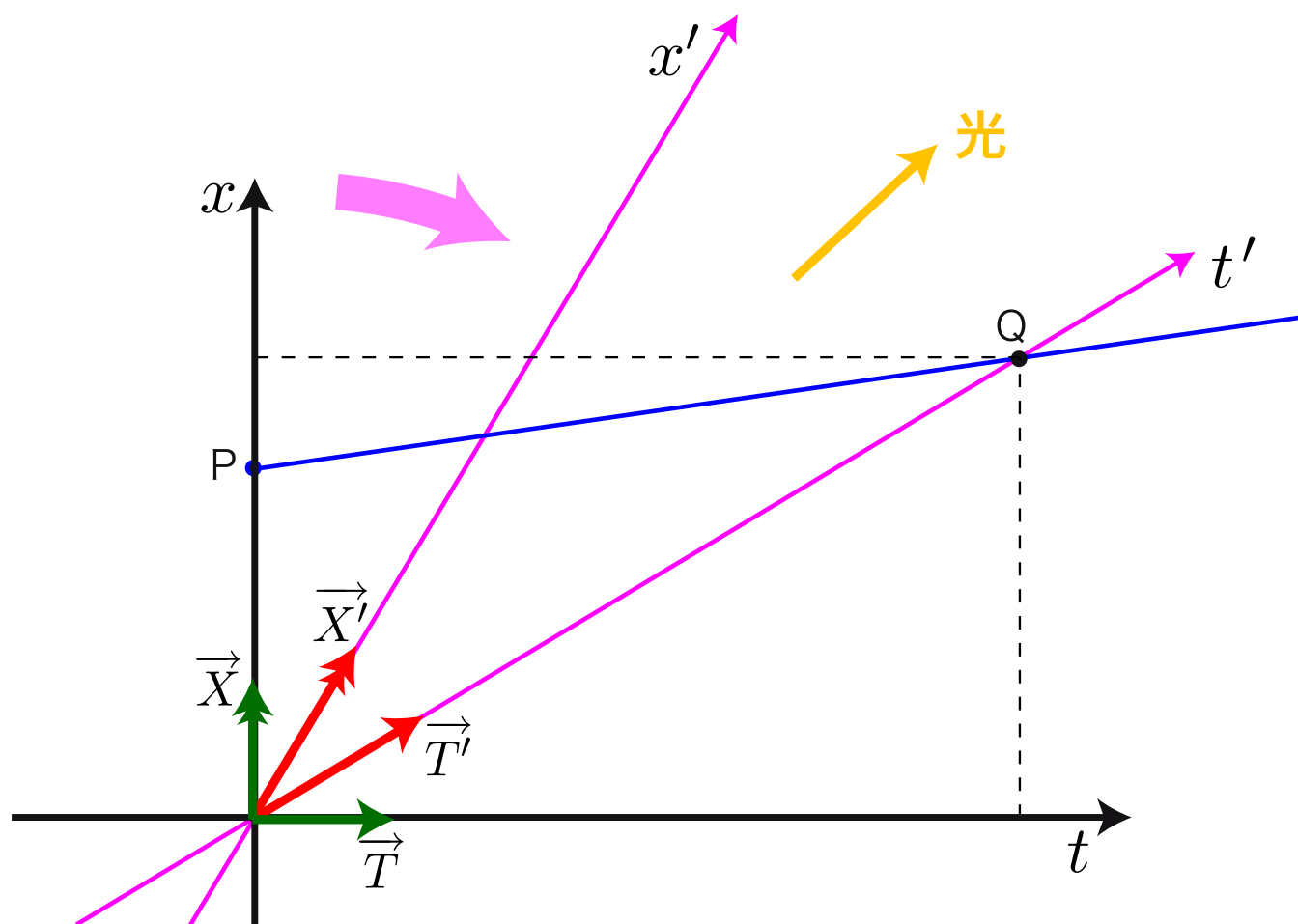


古典力学の場合

$x$  軸：時刻 0 の空間の目盛

謎：光の速さは必ず  $c$

# アキレスと亀の話：どちらも光速に近い場合

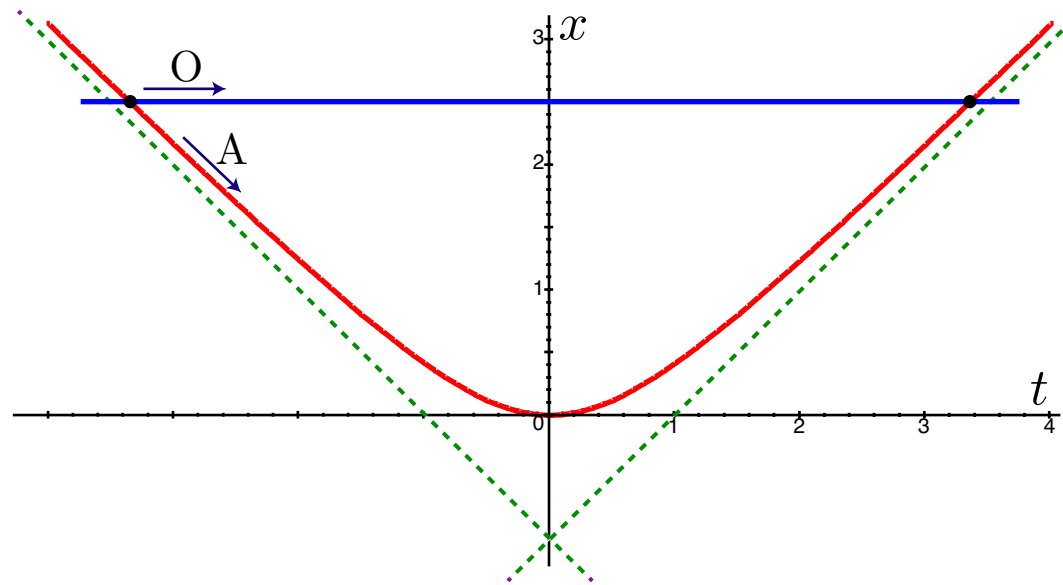


## 相対性理論

$x'$  軸：アキレスにとって時刻 0 の空間

## 毎年毎年 出すレポート課題

兄 (A) が加速度 **1 光年 / 毎年毎年** で 1 往復 2 年間の旅 の場合の  
双子のパラドックス





**乞う ご期待！**

**学部生も歓迎します**