解答例　行列ごとに解答する．

・$B=\begin{bmatrix}1&a&b\\0&1&a\\0&0&1\end{bmatrix}$ に対して　$B^{-1}=\begin{bmatrix}1&-a&a^2-b\\0&1&-a\\0&0&1\end{bmatrix}$.　（注：$|B|=1$）

$$\begin{bmatrix}|B_{11}|&|B_{12}|&|B_{13}|\\|B_{21}|&|B_{22}|&|B_{23}|\\|B_{31}|&|B_{32}|&|B_{33}|\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\begin{vmatrix}1&a\\0&1\end{vmatrix}&\begin{vmatrix}0&a\\0&1\end{vmatrix}&\begin{vmatrix}0&1\\0&0\end{vmatrix}\\ \begin{vmatrix}a&b\\0&1\end{vmatrix}&\begin{vmatrix}1&b\\0&1\end{vmatrix}&\begin{vmatrix}1&a\\0&0\end{vmatrix}\\ \begin{vmatrix}a&b\\1&a\end{vmatrix}&\begin{vmatrix}1&b\\0&a\end{vmatrix}&\begin{vmatrix}1&a\\0&1\end{vmatrix}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&0\\a&1&0\\a^2-b&a&1\end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix}|B_{11}|&-|B_{12}|&|B_{13}|\\-|B_{21}|&|B_{22}|&-|B_{23}|\\|B_{31}|&-|B_{32}|&|B_{33}|\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&0\\-a&1&0\\a^2-b&-a&1\end{bmatrix},\quad \widetilde{B}=\begin{bmatrix}1&-a&a^2-b\\0&1&-a\\0&0&1\end{bmatrix}.$$

・C に対して　$C^{-1}=\begin{bmatrix}1&-a&a^2-b&-a^3+2ab-c\\0&1&-a&a^2-b\\0&0&1&-a\\0&0&0&1\end{bmatrix},$

$$\begin{bmatrix}|C_{11}|&|C_{12}|&|C_{13}|&|C_{14}|\\|C_{21}|&|C_{22}|&|C_{23}|&|C_{24}|\\|C_{31}|&|C_{32}|&|C_{33}|&|C_{34}|\\|C_{41}|&|C_{42}|&|C_{43}|&|C_{44}|\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\a&1&0&0\\a^2-b&a&1&0\\a^3-2ab+c&a^2-b&a&1\end{bmatrix}.$$

余因子は省略．余因子行列 は　$\widetilde{C}=C^{-1}$ 上記（注：$|C|=1$）

・M に対して　$M^{-1}=\begin{bmatrix}a^2-b&-a&1\\-a&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}=-\widetilde{M}.$　（注：$|M|=-1$ のため）

$$\begin{bmatrix}|M_{11}|&|M_{12}|&|M_{13}|\\|M_{21}|&|M_{22}|&|M_{23}|\\|M_{31}|&|M_{32}|&|M_{33}|\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}b-a^2&-a&-1\\-a&-1&0\\-1&0&0\end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix}|M_{11}|&-|M_{12}|&|M_{13}|\\-|M_{21}|&|M_{22}|&-|M_{23}|\\|M_{31}|&-|M_{32}|&|M_{33}|\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}b-a^2&a&-1\\a&-1&0\\-1&0&0\end{bmatrix}.$$

・N に対して　$N^{-1}=\begin{bmatrix}-a^3+2ab-c&a^2-b&-a&1\\a^2-b&-a&1&0\\-a&1&0&0\\1&0&0&0\end{bmatrix},$

$$\begin{bmatrix}|N_{11}|&|N_{12}|&|N_{13}|&|N_{14}|\\|N_{21}|&|N_{22}|&|N_{23}|&|N_{24}|\\|N_{31}|&|N_{32}|&|N_{33}|&|N_{34}|\\|N_{41}|&|N_{42}|&|N_{43}|&|N_{44}|\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-a^3+2ab-c&b-a^2&-a&-1\\b-a^2&-a&-1&0\\-a&-1&0&0\\-1&0&0&0\end{bmatrix}.$$

余因子は省略．余因子行列（余因子転置行列と呼びたい）は　$\widetilde{N}=N^{-1}$ 上記
（注：$|N|=1$）

補足：M,N は対称行列である．対称行列の逆行列 は対称行列である．
理由：常に $({}^tA)^{-1}={}^t(A^{-1})$.　対称行列（${}^tA=A$）のとき ${}^t(A^{-1})=({}^tA)^{-1}=A^{-1}$.

補足２：$F=\begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{bmatrix}$ とする．

$N=FC$ は C の行を逆順にしたもの．その逆行列 N^{-1} は C^{-1} の 列が 逆順になる．

$$N^{-1}=(FC)^{-1}=C^{-1}F^{-1}=C^{-1}F.$$

以上