２００９年１０月１８日　Casson-Freedman 理論研究会

# Freedman 原論文に学ぶ　６章・８章　その**3**

山田 裕一　　（電気通信大学）

・６章：

The decomposition space CH/gaps+
intermediate between CH and H

・８章：

The approximation of $\alpha : H \to \mathrm{CH}/\{\mathrm{gap}+\}$

## ８章の内容

$\alpha : \overset{\circ}{H} \to \overset{\circ}{H}/\{\mathrm{hole}^+\} = \mathrm{CH}/\{\mathrm{gap}^+\}$ はたくさんの閉集合をつぶす写像．３段階にわける．

[1] まず $\alpha_1 : \overline{\overline{Wh}}$ をつぶす．

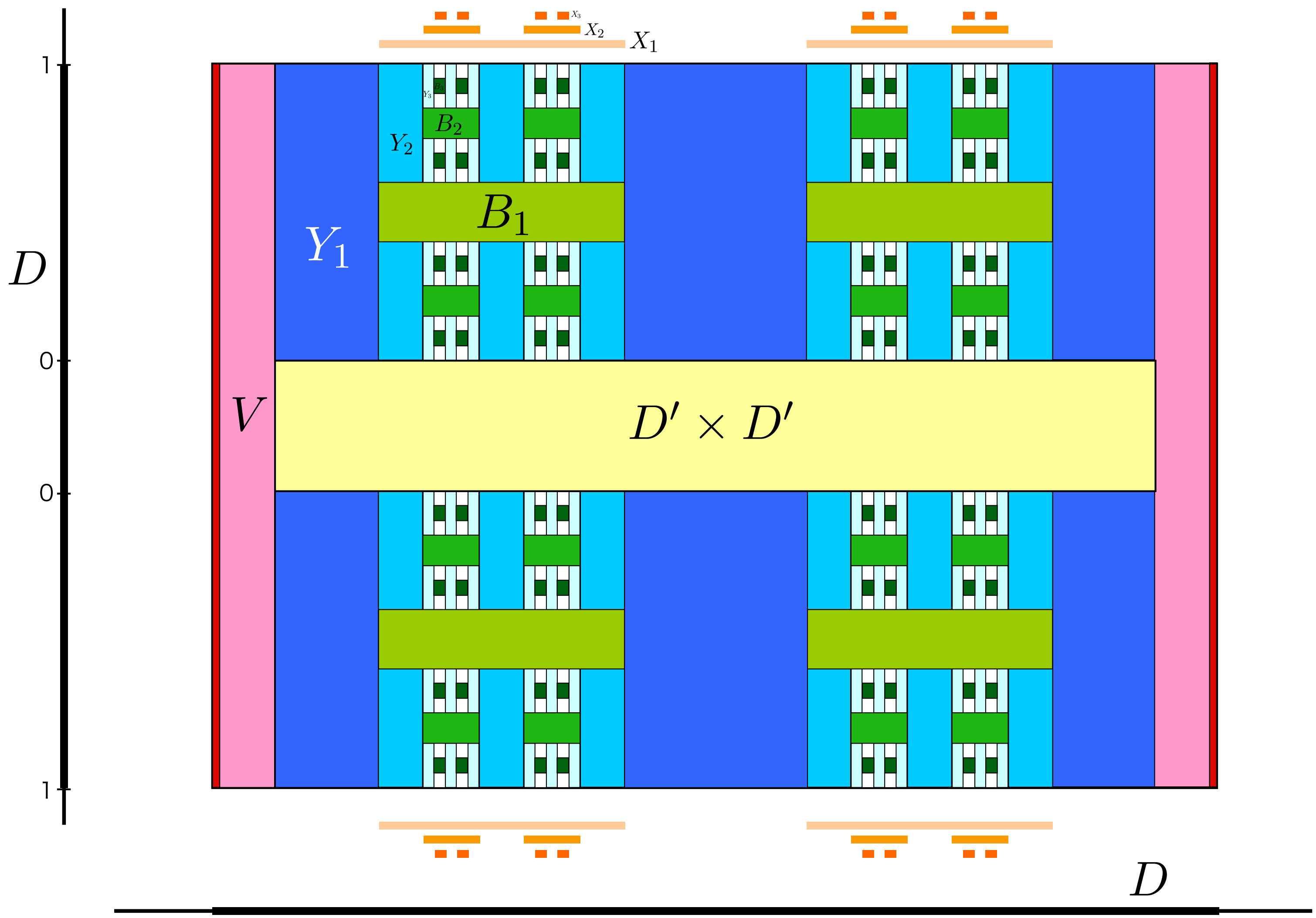
[2] 続いて $\alpha_2 : B_k^j \cup d_k^j$ をつぶす．

[3] 最後に $\alpha_3 : D' \times D'$ をつぶす．

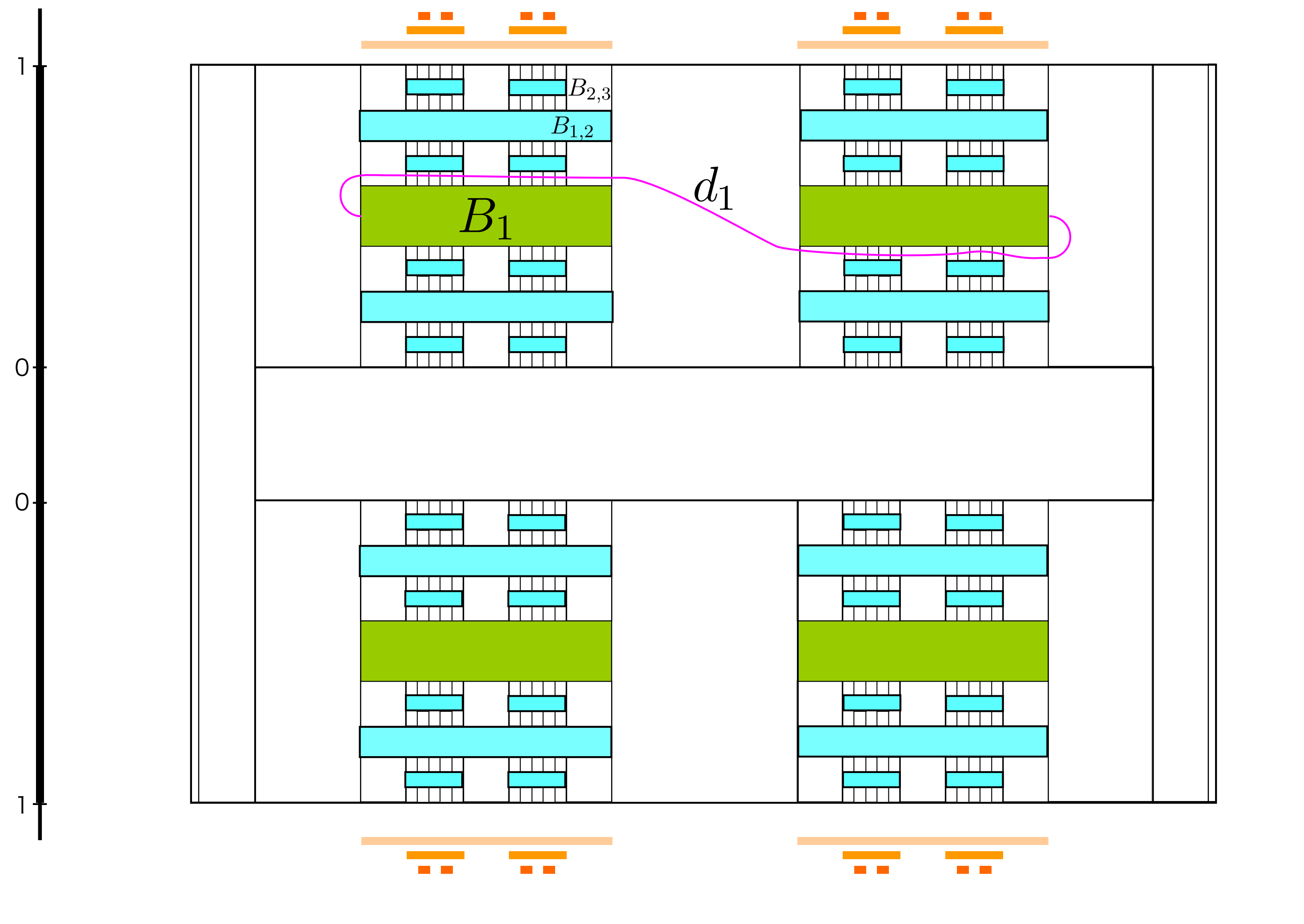
つぶす写像は同相写像ではない．同相写像に近似できる写像(ABH)であること，つまり BSC を示す．８章の焦点は [2].

[3] の証明は１章(p.362)にある．

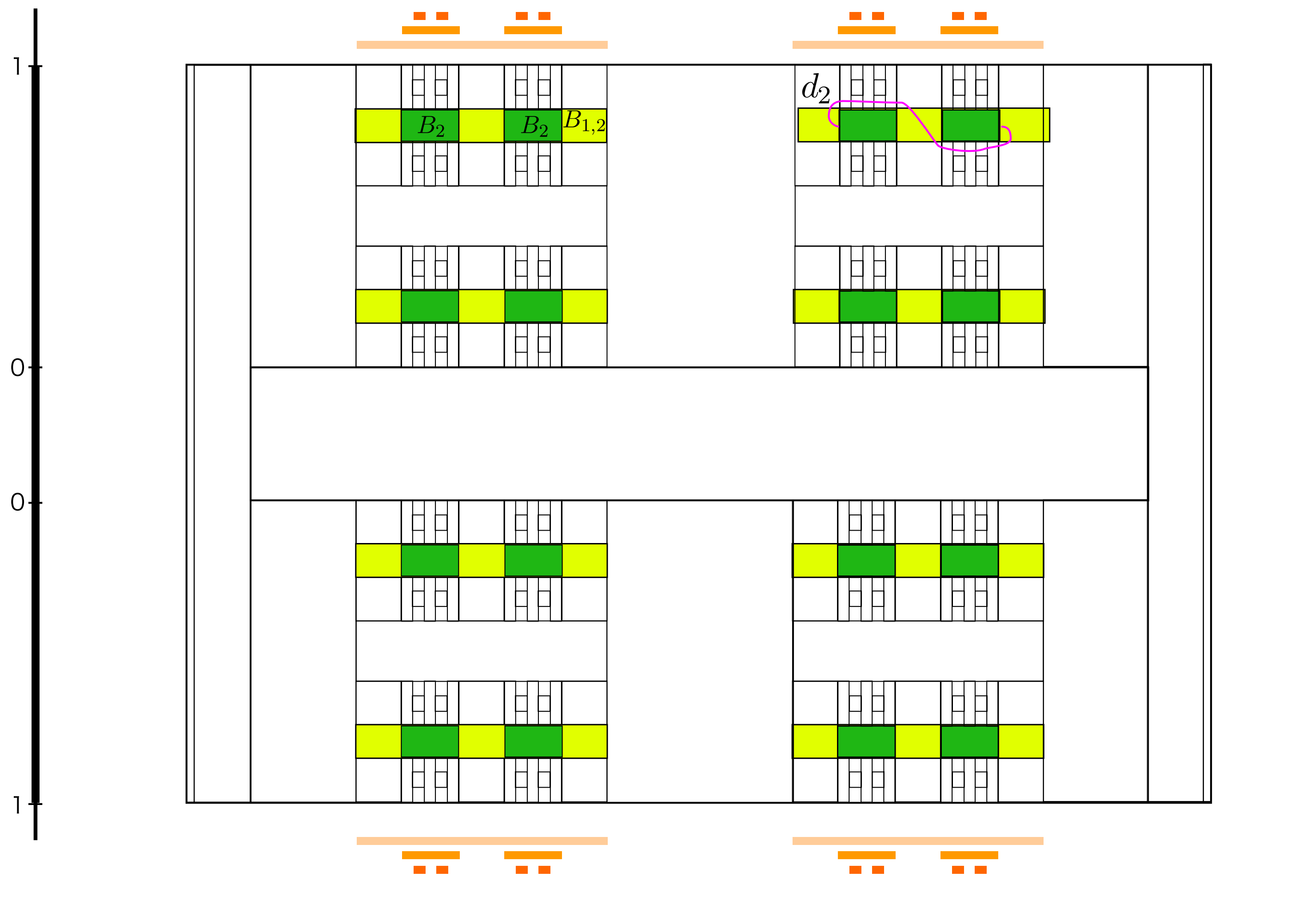
Y. YAMADA




Design（設計図）$\mathfrak{D}$ "in" $H = D^2 \times D^2$

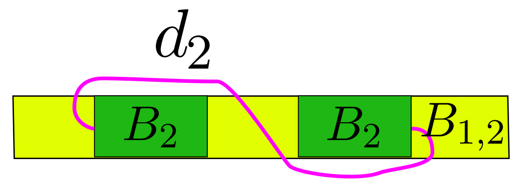


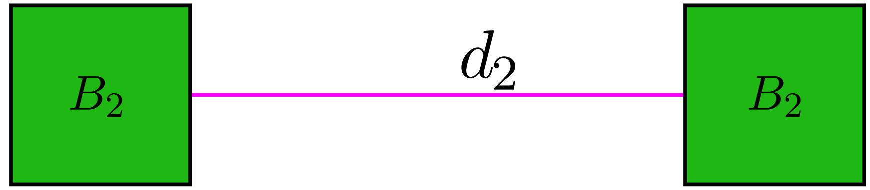

The disk $d_k^j$ must to be disjoint from $\bigcup_{l=k}^{\infty} B_{l,l+1}$




Solid tori $B_2 \subset$ solid tori $B_{1,2}$, *null-homotopic* like $X_2 \subset X_1$.

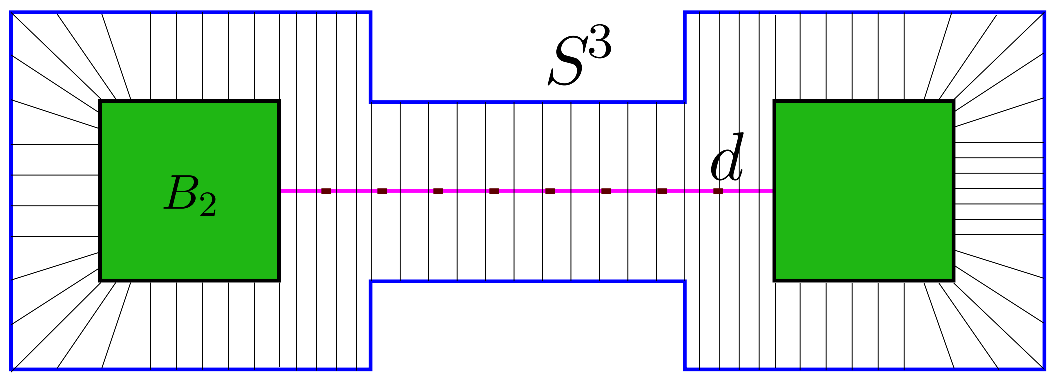
$\alpha_2$ は $B_k^j \cup d_k^j$ をつぶす写像.
$B_k^j$ は solid torus $\times[. **1, . **2]$ 型で
$d$ はその ホモロジーを消す円板.



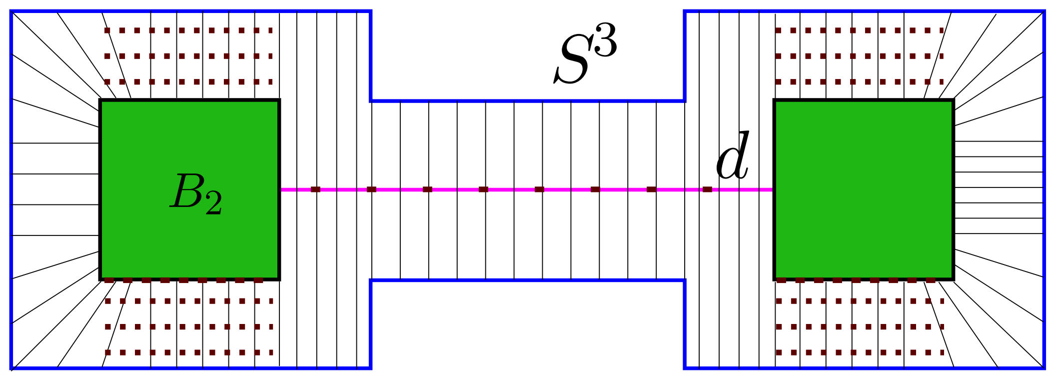

このように配置して考える. (Diagram8.3 p.429)
つぶす部分の近傍に Star-like structure（７章）を構成してみせる.

Freedman の得意技：Map cylinder 構造 $M(S^3 \to B \cup d)$




$d$ には $\alpha_1$（$\overline{\overline{Wh}}$をつぶす）でつぶされた点があるかも知れない.
６章「各 $d$ は $\overline{\overline{Wh}}$ の各成分とは高々１点でしか交わらない」
６章の構成から $d$ の locally flat 性は保たれる.

思い出そう.「こげ茶 $\overline{\overline{Wh}}$ は みどり の近くにたくさんある.」




7章 最後の Addendum (Andrews-Rubin の各種の拡張版) を使う.

$$(\text{Solid Torus}/Wh) \times \mathbf{R} \approx (\text{Solid Torus}) \times \mathbf{R}$$

７章最後の Addendum：Andrews–Rubin の定理の拡張

ST = Solid Torus として

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{ST}\times\mathbf{R})\big/\{Wh\times\{r\}\,|r\in\mathbf{R}\} &= (\mathrm{ST}\big/Wh)\times\mathbf{R}\\
&\approx \mathrm{ST}\times\mathbf{R}\\
(\mathrm{ST}\times\mathbf{R})\big/(Wh\times\{0\}) &\approx \mathrm{ST}\times\mathbf{R}\\
(\mathrm{ST}\times(0,1))\big/\{Wh\times\{r\}\,|r\in\mathrm{CS}\} &\approx \mathrm{ST}\times(0,1)
\end{aligned}
$$

さらに，その generalized $Wh$ への一般化.

８章の最後に

**Theorem 8**. $\alpha : \overset{\circ}{H} \to \mathrm{CH}/\{\mathrm{gap}^+\}$ is ABH.

$$\forall\,\mathrm{CH},\quad \exists\,\text{homeomorphism } \alpha : \overset{\circ}{H} \to \mathrm{CH}/\{\mathrm{gap}^+\}$$

とあるが, $\alpha_3$ については実は １章 (p.362) に書いてある.
$\alpha_3$ は

$\overset{\circ}{H}$ 内の central gap $D' \times D'$ をつぶす写像.
CH 内の $G = K_0 - \mathrm{int}V$ に対応.

ありがとうございました